De logische geometrie van Johannes Buridanus' modale achthoek

Lorenz DEMEY en Philipp STEINKRÜGER

[Aanvaard ter publicatie in *Tijdschrift voor Filosofie*]

1. INLEIDING

Het logisch vierkant is een diagram waarin vier formules uit een gegeven logisch systeem worden weergegeven, samen met de logische relaties tussen die formules. Dit type van diagrammen heeft een rijkgevulde en goed gedocumenteerde geschiedenis binnen de filosofische logica. Ze kennen hun oorsprong—samen met de logica als filosofisch vakgebied—in de werken van Aristoteles, en doorheen de geschiedenis hebben verschillende belangrijke auteurs er gebruik van gemaakt om hun filosofische en logische theorieën uit te leggen en kracht bij te zetten.[1] Vandaag de dag worden Aristotelische diagrammen ook veelvuldig gebruikt buiten de grenzen van de filosofische logica, en hebben zij zich ontwikkeld tot "een soort *lingua franca*"[2] voor alle wetenschappen die zich op de een of andere manier bezighouden met logisch redeneren, zoals de psychologie, de taalkunde, de informatica, de rechtswetenschap en de neurowetenschap.[3]

Het logisch vierkant werd oorspronkelijk gebruikt binnen de context van de syllogistiek, het eerste logische systeem dat op systematische wijze bestudeerd werd. Naarmate logici steeds complexere logische systemen gingen bestuderen, begonnen zij echter ook gebruik te maken van grotere Aristotelische diagrammen, waarin meer formules en meer logische relaties weergegeven worden. Zo gebruikte de 13^e^-eeuwse auteur William Sherwood bijvoorbeeld een zeshoek bij het uiteenzetten van zijn theorie over singuliere uitspraken en hun relatie tot de categorische uitspraken.[4] In de 14^e^ eeuw bestudeerde Johannes Buridanus verschillende uitbreidingen en verfijningen van de klassieke syllogistiek; zo analyseerde hij (i) 'niet-normale' proposities, waarin er zowel in het subject als in het predicaat een expliciete kwantificatie voorkomt (bvb. *alle mensen zijn niet sommige dieren*), (ii) proposities met termen die (in het Latijn) niet in de nominatief staan (bvb. *alle ezels van alle mensen lopen*), en (iii) modale proposities (bvb. *alle mensen zijn noodzakelijk sterfelijk*). Hij stelde dat er fundamentele gelijkenissen bestaan tussen het logische gedrag van deze drie

---

[1] Een gedetailleerder historisch overzicht van het logisch vierkant is te vinden in T. PARSONS, 'The Traditional Square of Opposition', in: E. ZALTA (Ed.) *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Stanford, CA, CSLI, 2012. De pedagogische waarde van het vierkant wordt belicht in J. PAPY, 'Logicacursussen aan de Oude Leuvense Universiteit. Scholastieke Traditie en Innovatie?', in: G. VANPAEMEL, K. SMEYERS, A. SMETS en D. VAN DER MEIJDEN (Eds.), *Ex Cathedra. Leuvense collegedictaten van de 16de tot de 18de eeuw*, Leuven, Peeters, 2012, pp. 107-124.

[2] "a kind of *lingua franca*"; D. JACQUETTE, 'Thinking Outside the Square of Opposition Box', in: J.-Y. BÉZIAU and D. JACQUETTE (Eds.), *Around and Beyond the Square of Opposition*, Basel, Springer, 2012, pp. 73-92 (p. 81).

[3] Een uitgebreidere bespreking (met talrijke literatuurverwijzingen) van de rol van het logisch vierkant binnen deze interdisciplinaire onderzoeksgemeenschap is te vinden in L. DEMEY, 'Interactively Illustrating the Context-Sensitivity of Aristotelian Diagrams', in: H. CHRISTIANSEN, I. STOJANOVIC and G. PAPADOPOULOS (Eds.), *Modeling and Using Context* (Lecture Notes in Computer Science, 9405), Berlin, Springer, 2015, pp. 331-345.

[4] Zie N. KRETZMANN, *William of Sherwood - Introduction to Logic*, Minneapolis, MN, University of Minnesota Press, 1966, en eveneens Y. KHOMSKII, 'William of Sherwood, Singular Propositions, and the Hexagon of Opposition', in: J.-Y. BÉZIAU and G. PAYETTE (Eds.), *The Square of Opposition. A General Framework for Cognition*, Bern, Peter Lang, 2012, pp. 43-60.

systemen, door aan te tonen dat zij alle drie aanleiding geven tot een Aristotelische achthoek.[5]

Buridanus noemde dit diagram "een grote figuur met acht hoekpunten" (*magna figura octo conorum*).[6] De achthoeken zijn inderdaad aanzienlijk complexer dan het logische vierkant: zij bevatten meer formules, en veel meer logische relaties. Een natuurlijke vraag is daarom of deze achthoeken überhaupt nog van nut kunnen zijn om Buridanus' logische theorieën uit te leggen. In de hedendaagse logische geometrie wordt een groot Aristotelisch diagram vaak ontleed in verschillende kleinere (en dus makkelijker begrijpbare) diagrammen. Hierdoor krijgen we beter vat op het oorspronkelijke, grote diagram, dat nu begrepen kan worden vanuit (de interactie tussen) zijn deeldiagrammen.[7]

Het hoofddoel van dit artikel bestaat erin aan te tonen dat deze analytische methode succesvol toegepast kan worden op Buridanus' achthoek voor modale proposities.[8] We beginnen met een beknopte bespreking van Buridanus' theorieën over de Aristotelische relaties en de modale proposities (§2). Daarna argumenteren we dat zijn modale achthoek precies zes logische vierkanten bevat als deeldiagrammen, en classificeren we deze vierkanten naargelang hun logische eigenschappen (§3). Vervolgens stappen we over op een abstracter niveau, en leggen we uit hoe Buridanus' modale achthoek begrepen kan worden vanuit de interactie tussen twee klassieke vierkanten, nl. één voor de kwantoren en één voor de modaliteiten (§4). We zullen eveneens argumenteren dat verschillende aspecten van onze formele analyses reeds terug te vinden zijn in Buridanus' eigen werken (§5). Tot slot volgen er nog enige afsluitende overwegingen over de relatie tussen de middeleeuwse en de hedendaagse logica (§6).

2. Buridanus over de Aristotelische relaties en de modale proposities

Johannes Buridanus werd geboren in het laatste decennium van de 13e eeuw in Béthune, op een boogscheut van de huidige grens tussen Frankrijk en België. Na zijn studies aan de universiteit van Parijs doceerde hij aan de Artesfaculteit van diezelfde universiteit, tot aan zijn dood rond 1360.[9] Zijn meesterwerk is ongetwijfeld de

---

[5] Zie G. Klima, *John Buridan - Summulae de Dialectica*, New Haven, CT, Yale University Press, 2001. De secundaire literatuur over Buridanus' drie Aristotelische achthoeken is omvangrijk; zie bijvoorbeeld G. Hughes, 'The modal logic of John Buridan', in: G. Corsi, C. Mangione e M. Mugnani (Eds.), *Atti del Convegno Internazionale di Storia della Logica, Le teorie delle modalità*, Bologna, CLUEB, 1989, pp. 93-111; E. Karger, 'John Buridan's Theory of the Logical Relations Between General Modal Formulae', in: H.A.G. Braakhuis and C.H. Kneepkens (Eds.), *Aristotle's Peri Hermeneias in the Latin Middle Ages*, Groningen-Haren, Ingenium, 2003, pp. 429-444; J. Campos-Benítez, 'The Medieval Octagon of Opposition for Sentences with Quantified Predicates', *History and Philosophy of Logic* 35/2014, pp. 354-368, en verder ook de bibliografische referenties die vermeld worden in voetnoten 13, 34 en 46.

[6] *Johannes Buridanus: Summulae de Propositionibus,* R. van der Lecq (Ed.) (Artistarium 10-1), Turnhout, Brepols, 2005 (vanaf nu: *Sum. Prop.*), 1.5.1, 51.13-14.

[7] Zie H. Smessaert and L. Demey, 'Logical and Geometrical Complementarities between Aristotelian Diagrams', in: T. Dwyer, H. Purchase and A. Delaney (Eds.), *Diagrammatic Representation and Inference* (Lecture Notes in Computer Science, 8578), Berlin, Springer, 2014, pp. 246-260.

[8] We beperken ons tot Buridanus' achthoek voor de modale proposities omwille van praktische redenen. Onze argumentatie kan echter makkelijk veralgemeend worden naar de twee andere achthoeken die door Buridanus bestudeerd werden.

[9] Meer biografische details zijn te vinden in G. Klima, *John Buridan*, Oxford, Oxford University Press, 2009 en J. Zupko, 'John Buridan', in: E. Zalta (Ed.) *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Stanford, CA, CSLI, 2014.

Summulae de Dialectica,[10] die hij schreef in de late jaren 1330 en is blijven herwerken tot in de jaren 1350. Dit werk is een commentaar op Petrus Hispanus' *Summulae Logicales*,[11] en vormt een gedetailleerde en originele uitwerking van de *via moderna* binnen de logica die geïnitieerd was door William Ockham.[12] Sommige (maar niet alle) manuscripten van Buridanus' *Summulae*[13] bevatten een modale achthoek, die in de rest van dit artikel uitgebreid aan bod zal komen. Aangezien deze achthoek bestaat uit een aantal modale proposities enerzijds en de logische relaties tussen deze proposities anderzijds, nemen we eerst Buridanus' theorieën over deze twee onderwerpen onder de loep.

In het klassieke logische vierkant komen de volgende logische relaties voor: contradictie, contrariëteit, subcontrariëteit en subalternatie. Volgens de traditionele definitie zijn twee propositionele vormen

- *contradictorisch* als en slechts als zij niet samen waar kunnen zijn, en zij niet samen onwaar kunnen zijn,
- *contrair* als en slechts als zij niet samen waar kunnen zijn, maar zij wel samen onwaar kunnen zijn,
- *subcontrair* als en slechts als zij niet samen onwaar kunnen zijn, maar zij wel samen waar kunnen zijn,
- in *subalternatie* als en slechts als de eerste de tweede impliceert, maar niet omgekeerd.

Buridanus' eigen kijk op deze relaties is volledig standaard. Hij citeert Hispanus goedkeurend: "de wet der contrairen is zo, dat als de ene waar is, de andere vals is, maar niet omgekeerd. Want ze kunnen beide vals zijn als het over contingente kwesties gaat, zoals bijvoorbeeld 'elke mens loopt' en 'geen mens loopt'", en volledig analoog: "de wet der subcontrairen is zo, dat als een van hen vals is, de andere waar

[10] Dit werk bestaat uit negen tractaten. Het negende tractaat, de *Sophismata*, wordt soms gezien als het laatste tractaat van de *Summulae*, maar kan ook beschouwd worden als een onafhankelijk tractaat. Met uitzondering van het zevende, zijn alle tractaten kritisch uitgegeven in de *Artistarium*-reeks van Brepols; zie ook voetnoten 6 en 41. Een volledige Engelse vertaling is beschikbaar in G. KLIMA, *John Buridan. Summulae de Dialectica*, New Haven, CT, Yale University Press, 2001.

[11] De *Summulae Logicales* zijn kritisch uitgegeven door L.M. DE RIJK (Assen, Van Gorcum, 1972). Een meer recente editie, met volledige Engelse vertaling, is beschikbaar in *Peter of Spain. Summaries of Logic* (Ed. B. P. COPENHAVER), Oxford, Oxford University Press, 2014. Hispanus' oorspronkelijke teksten werden in belangrijke mate aangepast en geherorganiseerd door Buridanus. Aangezien we in dit artikel primair geïnteresseerd zijn in Buridanus zelf (en dus niet in een vergelijking tussen Hispanus en Buridanus), zullen we gebruik maken van Hispanus' teksten in de versie die Buridanus hiervan geeft.

[12] Zie G. KLIMA, 'The Nominalist Semantics of Ockham and Buridan: A "Rational Reconstruction"', in: D.M. GABBAY and J. WOODS (Eds.), *Handbook of the History of Logic, Volume 2: Medieval and Renaissance Logic*, Amsterdam, Elsevier, 2008, pp. 389-431.

[13] Bijvoorbeeld het Vaticaanse manuscript Pal. Lat. 994 f. 11v. in de Biblioteca Apostolica Vaticana. Een hedendaagse reproductie van de modale achthoek is te vinden in S. READ, 'John Buridan's Theory of Consequence and his Octagons of Opposition', in: J.-Y. BÉZIAU and D. JACQUETTE (Eds.), *Around and Beyond the Square of Opposition*, Basel, Springer, 2012, pp. 93-110 (p. 106). Een andere, meer 'verzorgde' versie van de achthoek is opgenomen in het *Compendium Totius Logicae Joannis Buridani cum praeclarissima solertissimi viri Joannis Dorp expositione*, Venice, 1499, herdrukt in 1965, Frankfurt am Main, Minerva (vanaf nu: *Compendium*). Een hedendaagse reproductie van deze versie van de modale achthoek is te vinden in J. CAMPOS-BENÍTEZ, 'The Medieval Modal Octagon and the S5 Lewis Modal System', in J.-Y. BÉZIAU and G. PAYETTE (Eds.), *The Square of Opposition. A General Framework for Cognition*, Basel, Springer, 2012, pp. 99-116 (p. 115). Buridanus' oorspronkelijke achthoek heeft de opmerkelijke eigenschap dat elk hoekpunt niet slechts *één*, maar *negen* (logisch equivalente) proposities bevat. Dit feit zal een cruciale rol spelen in onze argumentatie in Sectie 5.

is, maar niet omgekeerd. Want ze kunnen beide waar zijn als het over contingente kwesties gaat, zoals bijvoorbeeld ‘sommige mensen lopen’ en ‘sommige mensen lopen niet’”. [14] Hoewel Buridanus de Aristotelische relaties illustreert aan de hand van categorische proposities uit het logische vierkant voor de klassieke syllogistiek, dient hier opgemerkt te worden dat (zijn definities van) deze relaties volledig algemeen zijn, en dus ook op andere soorten proposities van toepassing kunnen zijn.

Wat betreft de modale proposities maakt Buridanus eerst en vooral een onderscheid tussen proposities met een samengestelde of *de dicto* betekenis enerzijds (bvb. “het is noodzakelijk dat alle mensen sterfelijk zijn”, oftewel “dat alle mensen sterfelijk zijn, is noodzakelijk”), en proposities met een gedeelde of *de re* betekenis anderzijds (bvb. “alle mensen zijn noodzakelijk sterfelijk”). *De dicto* proposities zijn eigenlijk niet modaal van aard, aangezien zij een volledige (genominaliseerde) propositie als subjectterm hebben, en een modaliteit als predicaatsterm.[15] Dit zijn dus gewoon categorische proposities, want “hierin wordt het predicaat gepredіceerd van het subject door middel van het simpele koppelwerkwoord ‘is’, zonder [modale] bepaling”.[16] In verband met *de re* proposities, daarentegen, stelt Buridanus dat “het zeker is dat de volgende [proposities] effectief modaal zijn: ‘elke mens loopt mogelijkerwijs’ […] of ‘elke mens is noodzakelijk een dier’”.[17]

Buridanus vertrekt vanuit de vier categorische proposities van het klassieke logische vierkant, en voegt hier de twee modaliteiten van noodzakelijkheid en mogelijkheid aan toe.[18] Op deze manier bekomt hij in totaal acht modale proposities, die hieronder opgelijst worden (samen met een symbolische weergave in de taal van de hedendaagse modale predicatenlogica, en eveneens een afkorting die doorheen dit artikel gebruikt zal worden):

- *alle B zijn noodzakelijk A* $\exists x \Diamond Bx \wedge \forall x(\Diamond Bx \rightarrow \Box Ax)$ $\forall\Box$
- *alle B zijn mogelijk A* $\exists x \Diamond Bx \wedge \forall x(\Diamond Bx \rightarrow \Diamond Ax)$ $\forall\Diamond$
- *sommige B zijn noodzakelijk A* $\exists x(\Diamond Bx \wedge \Box Ax)$ $\exists\Box$
- *sommige B zijn mogelijk A* $\exists x(\Diamond Bx \wedge \Diamond Ax)$ $\exists\Diamond$
- *alle B zijn noodzakelijk niet A* $\forall x(\Diamond Bx \rightarrow \Box\neg Ax)$ $\forall\Box\neg$
- *alle B zijn mogelijk niet A* $\forall x(\Diamond Bx \rightarrow \Diamond\neg Ax)$ $\forall\Diamond\neg$
- *sommige B zijn noodzakelijk niet A* $\neg\exists x \Diamond Bx \vee \exists x(\Diamond Bx \wedge \Box\neg Ax)$ $\exists\Box\neg$

[14] “Lex contrariarum talis est quod si una est vera, reliqua est falsa, sed non econverso. Possunt enim ambae simul esse falsae in contingenti materia, ut ‘omnis homo currit’ ‘nullus homo currit’”; *Sum. Prop.* 1.4.4, 48.3-5; “Lex subcontrariarum talis est quod si una est falsa, reliqua est vera, sed non econverso. Possunt enim ambae simul esse verae in contingenti materia, ut ‘quidam homo currit’ ‘quidam homo non currit’”; *Sum. Prop.*, 1.4.4, 48.6-9; onze vertaling.

[15] In hedendaagse termen kan dus gesteld worden dat Buridanus *de dicto* modaliteiten ziet als *predicaten* (die met een *term* gecombineerd moeten worden om een propositie te bekomen), en dus niet als *operatoren* (die met een *propositie* gecombineerd moeten worden om een propositie te bekomen). Het eerstgenoemde perspectief is expressiever dan het tweede, maar leidt ook makkelijker tot logische paradoxen; zie bijvoorbeeld R. MONTAGUE, ‘Syntactical Treatments of Modality, with Corollaries on Reflexion Principles and Finite Axiomatizability’, *Acta Philosophica Fennica* 16/1963, pp. 153-167; V. HALBACH, H. LEITGEB and P. WELCH, ‘Possible-Worlds Semantics for Modal Notions Conceived as Predicates’, *Journal of Philosophical Logic* 32/2003, pp. 179-223; V. HALBACH, ‘On the Benefits of a Reduction of Modal Predicates to Modal Operators’, in: A. HIEKE and H. LEITGEB (Eds.), *Reduction – Abstraction – Analysis. Proceedings of the 31st International Wittgenstein Symposium*, Frankfurt, Ontos Verlag, 2009, pp. 323-333.

[16] “in eis praedicatum dicitur de subiecto mediante ista copula ‘est’ simpliciter accepta, sine eius determinatione”; *Sum. Prop.*, 1.8.2, 84.27-28; onze vertaling.

[17] “certum est quod istae sunt proprie modales ‘omnem hominem possibile est currere’ […] vel ‘omnem hominem necesse est esse animal’”; *Sum. Prop.*, 1.8.2, 85.7-9; onze vertaling.

[18] Zie *Sum. Prop.*, 1.8.6, 92.14-98.12.

- *sommige B zijn mogelijk niet A* $\neg\exists x \Diamond Bx \vee \exists x(\Diamond Bx \wedge \Diamond\neg Ax)$ $\exists\Diamond\neg$

In de hedendaagse symbolische weergave wordt de subjectterm *B* systematisch voorafgegaan door een mogelijkheidsoperator $\Diamond$. Dit heeft te maken met Buridanus' theorie over *amplificatie*/*versterking*, die stelt dat "de modaliteiten 'mogelijk', 'onmogelijk', 'contingent' en 'noodzakelijk' het subject van proposities versterken, zodat het niet alleen voor bestaande entiteiten supponeert, maar ook voor entiteiten die kunnen bestaan. De betekenis van de propositie 'B kan A zijn' is dus: 'Wat B is of kan zijn, kan A zijn'. Op gelijkaardige wijze is zeggen dat 'B moet A zijn' equivalent aan zeggen: 'Wat B is of kan zijn, moet A zijn'".[19] Buridanus stelde bovendien dat *alle* modaliteiten de subjectterm versterken, *contra* William Ockham, die argumenteerde dat mogelijkheid de subjectterm versterkt, maar noodzakelijkheid niet.[20] Tot slot dient opgemerkt dat volgens Buridanus de subjectterm van *affirmatieve* proposities existentiële import heeft, maar die van *negatieve* proposities niet. Hierdoor bevatten de symbolisaties van $\forall\Box$ en $\forall\Diamond$ een conjunct van de vorm $\exists x\Diamond Bx$, en bevatten de symbolisaties van $\exists\Box\neg$ en $\exists\Diamond\neg$ een disjunct van de vorm $\neg\exists x\Diamond Bx$.[21]

Buridanus berekent vervolgens dat er met deze 8 modale proposities in totaal 28 mogelijke combinaties van verschillende proposities gemaakt kunnen worden.[22] Voor elk van deze 28 combinaties gaat hij nauwgezet na in welke Aristotelische relatie zij staan.[23] Zo ontdekt hij dat 4 van de 28 combinaties uit proposities bestaan "die onafhankelijk zijn van elkaar, en in geen enkele oppositierelatie tot elkaar staan";[24] meer bepaald: "zulke proposities kunnen tegelijkertijd waar zijn […] en zij kunnen tegelijkertijd vals zijn […]. En […] het is onmogelijk dat de ene de andere impliceert".[25,26] De resterende 24 combinaties staan wel degelijk in een Aristotelische

[19] "isti modi 'possibile', 'impossibile', 'contingens' et 'necessarium' ampliant subiecta propositionum ad supponendum non solum pro eis quae sunt, sed etiam pro eis quae possunt esse, ita quod sensus istius 'B potest esse A' est 'quod est vel potest esse B potest esse A'. Et similiter aequivalet dicere 'B necesse est esse A' et dicere 'quod est vel potest esse B necesse est esse A'."; *Sum. Prop.*, 1.8.8, 101.3-9; onze vertaling.

[20] Voor een recente bespreking van dit onderwerp, zie S. JOHNSTON, 'Ockham and Buridan on the Ampliation of Modal Propositions', *British Journal for the History of Philosophy* 23/2015, pp. 234-255.

[21] Zie ook S. READ, 'John Buridan's Theory of Consequence and his Octagons of Opposition', in: J.-Y. BÉZIAU and D. JACQUETTE (Eds.), *Around and Beyond the Square of Opposition*, Basel, Springer, 2012, pp. 93-110 (p. 107). We wijzen er ook op dat existentiële import niet geformaliseerd wordt als $\exists xBx$, maar als $\exists x\Diamond Bx$, omwille van Buridanus' amplificatietheorie.

[22] De relevante berekening ziet er als volgt uit: $8 \times (8 - 1) / 2 = 8 \times 7 / 2 = 56 / 2 = 28$. De aftrekking met 1 reflecteert de voorwaarde dat het om *verschillende* proposities moet gaan; als combinaties met tweemaal dezelfde propositie (bvb. $\forall\Box$-$\forall\Box$) wél zouden toegestaan zijn, dan zou het totale aantal combinaties $(8 \times 8) / 2$ zijn in plaats van $(8 \times 7) / 2$. De deling door 2 reflecteert het feit dat de volgorde van de twee proposities in een combinatie niet van belang is (m.a.w. er wordt geen onderscheid gemaakt tussen de combinatie $\forall\Box$-$\forall\Diamond$ en de combinatie $\forall\Diamond$-$\forall\Box$); als volgorde wel van belang zou zijn, dan zou het totale aantal combinaties 8×7 zijn in plaats van $(8 \times 7) / 2$.

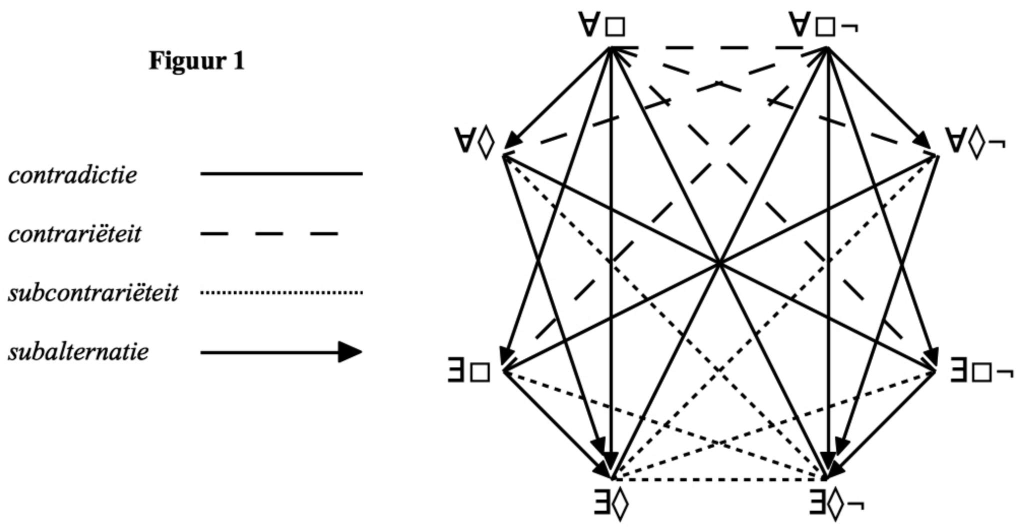
[23] Er is recent aangetoond dat de logische relaties tussen deze proposities reeds bestudeerd werden door de Arabische filosoof Al Farabi (ca. 873-950). In vergelijking met Buridanus kan echter gesteld worden dat Al Farabi (i) geen uitgewerkte theorie had over de amplificatie van subjecttermen in modale proposities, (ii) enkele Aristotelische relaties over het hoofd heeft gezien, en (iii) zijn logische resultaten niet visueel heeft weergegeven aan de hand van een Aristotelisch diagram. Zie S. CHATTI, 'Al Farabi on Modal Oppositions', te verschijnen.

[24] "quae sunt disparatae, et non habentes se in aliqua oppositione"; *Sum. Prop.*, 1.8.6, 94.28-29; onze vertaling.

[25] "tales [propositiones] possunt esse simul verae […] et possunt esse simul falsae […]. Et […] impossibile est quod una sequatur ad reliquam"; *Sum. Prop.*, 1.8.6, 97.10-14; onze vertaling.

relatie. Samenvattend stelt Buridanus dat de 28 combinaties opgedeeld kunnen worden in “tien subalternaties, vijf contrariëteiten, vijf subcontrariëteiten, vier contradicties, en vier onafhankelijkheden”.[27] Nadat hij de modale proposities en hun Aristotelische relaties heeft besproken, presenteert hij vervolgens zijn modale achthoek. Figuur 1 is een moderne representatie van dit diagram (waarin gebruik gemaakt wordt van de reeds geïntroduceerde afkortingen).

Figuur 1



3. DEELDIAGRAMMEN VAN DE MODALE ACHTHOEK

De visuele complexiteit van de modale achthoek is aanzienlijk hoger dan die van het klassieke logische vierkant. Hoewel Buridanus claimt dat de logische relaties tussen de modale proposities “nog duidelijker en manifester zijn voor al wie de figuur nauwkeurig bekijkt”,[28] zou men zich dus kunnen afvragen of dit diagram überhaupt nog enig verduidelijkende waarde heeft. We zullen daarom nu een aantal hedendaagse technieken beschrijven om beter vat te krijgen op complexe Aristotelische diagrammen in het algemeen, en tonen hoe deze technieken toegepast kunnen worden op Buridanus’ modale achthoek in het bijzonder.

Een vanzelfsprekende strategie om beter vat te krijgen op de complexe interne structuur van de modale achthoek bestaat erin te focussen op kleinere (en dus makkelijker begrijpbare) diagrammen die ‘ingebed’ zitten binnen deze achthoek. Als we bvb. enkel de proposities ∀□, ∀□¬, ∃◊ en ∃◊¬ beschouwen, dan blijkt al snel dat zij samen een logisch vierkant vormen, dat (verticaal uitgerekt) ingebed zit als deeldiagram binnen de modale achthoek. De volgende stap bestaat er dan in om

[26] Het derde deel van dit citaat kan opgesplitst worden in ‘de eerste propositie wordt niet geïmpliceerd door de tweede’ en ‘de tweede propositie wordt niet geïmpliceerd door de eerste’. Buridanus’ karakterisering van *disparatae* bestaat dus essentieel uit vier condities, nl. twee over samen waar/vals kunnen zijn, en twee over implicaties. In de hedendaagse logische geometrie is Buridanus’ notie van *disparatae* gekend als ‘onafhankelijkheid’ of ‘ongerelateerdheid’ (*unconnectedness*), en wordt de vierdelige karakterisering ervan in meer detail bestudeerd; zie bvb. H. SMESSAERT and L. DEMEY, ‘Logical Geometries and Information in the Square of Oppositions’, *Journal of Logic, Language and Information* 23/2014, pp. 527-565.

[27] “decem sunt subalternationes, quinque contrarietates, quinque subcontrarietates, quattuor contradictiones et quattuor disparationes”; *Sum. Prop.*, 1.8.6, 94.29-95.2; onze vertaling.

[28] “planius ac manifestius patent diligenter inspicienti figuram”; *Sum. Prop.*, 1.8.6, 95.3-4; onze vertaling.

systematisch op zoek te gaan naar *alle* vierkant-deeldiagrammen van de modale achthoek. Aangezien een vierkant en een achthoek respectievelijk 4 en 8 proposities bevatten, zou een naïeve benadering erin kunnen bestaan om te berekenen op hoeveel manieren er 4 verschillende proposities uit de 8 van de achthoek geselecteerd kunnen worden. Een makkelijk combinatorisch argument[29] leert ons dat dit aantal 70 bedraagt, wat veel te hoog is om van enig theoretisch nut te kunnen zijn.

Ondanks deze tekortkoming zit de naïeve combinatorische benadering essentieel op het juiste spoor. Het logische vierkant, Buridanus' modale achthoek, en bijna elk ander Aristotelisch diagram dat ooit bestudeerd is geweest, zijn immers allen *gesloten onder negatie*: als het diagram een gegeven propositie P bevat, dan bevat het ook de negatie ¬P (of een propositie die daar logisch equivalent aan is); de propositie en haar negatie staan in een contradictierelatie tot elkaar.[30] Vanuit dit perspectief bestaat een logisch vierkant dus niet uit 4 *individuele* proposities, maar uit 2 *paren* van contradictorische proposities (PCDs)—en net zo bestaat een achthoek niet uit 8 individuele proposities, maar uit 4 PCDs. Om alle vierkanten binnen de achthoek te bekomen, moeten we dus niet berekenen op hoeveel manieren er 4 verschillende proposities uit de 8 van de achthoek geselecteerd kunnen worden, maar wél op hoeveel verschillende manieren er 2 verschillende PCDs uit de 4 van de achthoek geselecteerd kunnen worden. Deze nieuwe berekening[31] leidt tot het meer redelijke aantal van 6 vierkanten. Deze vierkanten zullen aangeduid worden als V1 – V6, en bestaan uit de volgende proposities:

V1: ∀□, ∀◊¬, ∃□, ∃◊¬	V3: ∀□, ∃□¬, ∀◊, ∃◊¬	V5: ∀□, ∀□¬, ∃◊, ∃◊¬
V2: ∀◊, ∀□¬, ∃◊, ∃□¬	V4: ∃□, ∀□¬, ∃◊, ∀◊¬	V6: ∀◊, ∀◊¬, ∃□, ∃□¬

Door deze vierkanten afzonderlijk te bestuderen, kunnen we beter vat krijgen op de modale achthoek in zijn geheel. In zijn onderzoek naar de Aristotelische relaties in de modale achthoek maakt Buridanus bvb. impliciet gebruik van twee fundamentele principes: enerzijds het kwantificationele principle van *existentiële import*, en anderzijds het modale principe *noodzakelijkheid impliceert mogelijkheid* (NIM). De individuele vierkanten bieden een preciezer beeld van het relatieve belang van deze twee principes. Ten eerste hangen V1 en V2 uitsluitend af van het EI-principe (deze vierkanten bevatten subalternaties van universele naar particuliere proposities; bvb. van ∀□ naar ∃□ in V1 en van ∀◊ naar ∃◊ in V2). Ten tweede hangen V3 en V4 dan weer uitsluitend af van het NIM-principe (deze vierkanten bevatten subalternaties van noodzakelijkheids- naar mogelijkheidsproposities; bvb. van ∀□ naar ∀◊ in V3 en van ∃□ naar ∃◊ in V4). Ten derde is er V5 (nl. het verticaal gerekte vierkant dat reeds eerder vermeld werd): dit vierkant hangt van beide principes af. En V6, ten slotte, is onafhankelijk van beide principes.

Er is echter iets merkwaardig aan de hand met V6: behalve de twee contradictierelaties bevat dit vierkant geen enkele andere Aristotelische relatie. In de hedendaagse logische geometrie worden dergelijke diagrammen soms 'gedegenereerd' (*degenerate*) genoemd, en spelen zij een belangrijke rol bij het bestuderen van de verschillen tussen de klassieke syllogistiek en de hedendaagse

[29] Meer bepaald: 8 × (8 – 1) × (8 – 2) × (8 – 3) / (4 × 3 × 2) = 1680 / 24 = 70; zie voetnoot 22 voor een gedetailleerde uitleg bij een gelijkaardige berekening.

[30] Hieruit volgt meteen dat een verzameling zoals {∀□, ∀◊, ∃□, ∀◊¬} geen logisch vierkant kan vormen, aangezien zij drie affirmatieve proposities bevat en slechts één negatieve, en dus niet gesloten is onder negatie.

[31] Meer bepaald: 4 × (4 – 1) / 2 = 12 / 2 = 6 (zie ook voetnoten 22 en 29).

predicatenlogica. Het logische vierkant uit de klassieke syllogistiek hangt essentieel af van de aanname van existentiële import. Als deze aanname niet gemaakt wordt (zoals in de hedendaagse predicatenlogica), dan verliest het logische vierkant dus zijn contrariëteit, zijn subcontrariëteit en zijn beide subalternaties, en verwordt het dus tot een 'gedegenereerd' vierkant waarin enkel de twee contradicties overblijven. In meer visuele termen kan gesteld worden dat "het logische vierkant verandert in een logische X".[32] Hoewel gedegenereerde vierkanten vooral gebruikt worden in het debat over syllogistiek/predicatenlogica, toont onze analyse (en meer bepaald de rol van V6 daarin) aan dat dergelijke vierkanten reeds gekend waren in de middeleeuwse logica—al was het maar als deeldiagrammen van grotere Aristotelische diagrammen, nl. ingebed binnen Buridanus' modale achthoek.

4. De interactie tussen kwantoren en modaliteiten

In de vorige sectie hebben we de interne structuur van Buridanus' modale achthoek bestudeerd door hem te ontleden in zijn vierkant-deeldiagrammen. In deze sectie stappen we over op een abstracter niveau, om zo tot een verder en dieper inzicht in de modale achthoek te komen. Ons startpunt is de observatie dat alle proposities in de achthoek twee logische elementen bevatten, nl. een *kwantor* en een *modaliteit*, (waarbij de modaliteit voorkomt binnen het bereik van de kwantor, aangezien het om *de re* modale proposities gaat). Dit blijkt ook duidelijk uit de symbolisaties van deze proposities in de taal van de modale predicatenlogica (cf. *supra*), en eveneens uit hun afkortingen, die van de vorm 'QM' of 'QM¬' zijn, met $Q \in \{\forall,\exists\}$ en $M \in \{\Box,\Diamond\}$.

Zowel de kwantoren als de modaliteiten kunnen gebruikt worden om een apart logisch vierkant te definiëren. Zo bevat het logische vierkant in Figuur 2(a) de vier gekwantificeerde proposities die hieronder opgelijst worden (samen met een symbolische weergave in de taal van de predicatenlogica, en een afkorting die verder weinig uitleg behoeft):

• *alle B zijn A*	$\exists xBx \wedge \forall x(Bx \rightarrow Ax)$	∀
• *alle B zijn niet A*	$\forall x(Bx \rightarrow \neg Ax)$	∀¬
• *sommige B zijn A*	$\exists x(Bx \wedge Ax)$	∃
• *sommige B zijn niet A*	$\neg\exists xBx \vee \exists x(Bx \wedge \neg Ax)$	∃¬

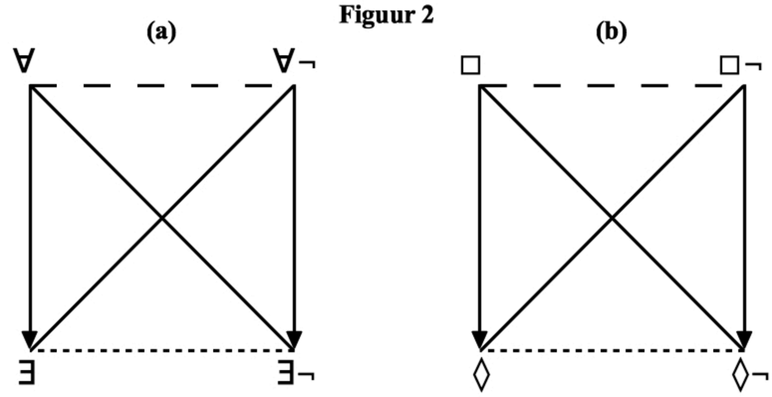
(Dit zijn natuurlijk de gebruikelijke categorische proposities uit de klassieke syllogistiek, met dien verstande dat men rekening dient te houden met Buridanus' stelling dat de subjectterm van affirmatieve proposities existentiële import heeft, maar die van negatieve proposities niet.) Verder bevat het logische vierkant in Figuur 2(b) de vier modale proposities die hieronder opgelijst worden (samen met een symbolische weergave in de taal van de modale logica, en een afkorting die opnieuw weinig verdere uitleg behoeft):

• *noodzakelijk p*	$\Box p$	□
• *noodzakelijk niet p*	$\Box\neg p$	□¬
• *mogelijk p*	$\Diamond p$	◊
• *mogelijk niet p*	$\Diamond\neg p$	◊¬

[32] "the square of opposition became an X of opposition"; J.-Y. Béziau and G. Payette, 'Preface', in: J.-Y. Béziau and G. Payette (Eds.), *The Square of Opposition. A General Framework for Cognition*, Bern, Peter Lang, 2012, pp. 43-60 (p. 12); onze vertaling.

Het feit dat het kwantorenvierkant in Figuur 2(a) klassiek is (en dus niet gedegenereerd), is gebaseerd op de aanname van existentiële import (EI). Net zo is het feit dat het modaliteitenvierkant in Figuur 2(b) klassiek is, gebaseerd op de aanname dat noodzakelijkheid mogelijkheid impliceert (NIM). De twee sleutelprincipes waar Buridanus' modale achthoek van afhangt (cf. *supra*), spelen dus ook hier een rol, maar dan onafhankelijk van elkaar: ieder principe reguleert het logische gedrag van één vierkant.

Figuur 2



Het kwantorenvierkant en het modaliteitenvierkant kunnen ook 'interageren' met elkaar. Hiertoe dienen we eerst en vooral de proposities uit het kwantorenvierkant aan te passen, door hun subjecttermen modaal te versterken (omwille van Buridanus' theorie over amplificatie/versterking) en een open ruimte in te lassen net voorafgaand aan hun predicaatstermen. Zo zullen bvb. de ∀- en ∀¬-proposities veranderen in respectievelijk *alle B zijn ... A* en *alle B zijn niet ... A*, en hun predicaatlogische symbolisaties worden respectievelijk $\exists x \Diamond Bx \wedge \forall x(\Diamond Bx \rightarrow ...Ax)$ en $\forall x(\Diamond Bx \rightarrow \neg ...Ax)$. Vervolgens kunnen de open ruimtes in deze proposities opgevuld worden door eender welke modaliteit uit het modaliteitenvierkant. Als de modaliteit M ingevuld wordt in de open ruimte van de gekwantificeerde propositie Q, dan bekomen we een nieuwe propositie, die aangeduid zal worden als Q[M]. Als we bvb. vertrekken bij de ∀¬-propositie, en hierin alle modaliteiten uit het modaliteitenvierkant invullen, dan bekomen we de volgende vier proposities:[33]

- *alle B zijn niet noodzakelijk A* — $\forall x(\Diamond Bx \rightarrow \neg\Box Ax)$ — ∀¬[□]
- *alle B zijn niet noodzakelijk niet A* — $\forall x(\Diamond Bx \rightarrow \neg\Box\neg Ax)$ — ∀¬[□¬]
- *alle B zijn niet mogelijk A* — $\forall x(\Diamond Bx \rightarrow \neg\Diamond Ax)$ — ∀¬[◊]
- *alle B zijn niet mogelijk niet A* — $\forall x(\Diamond Bx \rightarrow \neg\Diamond\neg Ax)$ — ∀¬[◊¬]

Door elk van de vier gekwantificeerde proposities te combineren met elk van de vier modaliteiten, bekomen we in totaal $4 \times 4 = 16$ proposities. Onder de aanname van existentiële import ($\exists x \Diamond Bx$) blijken deze proposities echter paarsgewijs equivalent te zijn aan elkaar. Als we werken tot op logische equivalentie gegeven existentiële import (vanaf nu afgekort als 'E-equivalentie'), dan bekomen we dus $16 / 2 = 8$ proposities. Deze proposities komen precies overeen met de proposities in Buridanus'

[33] Een propositie van de vorm *alle B zijn niet ... A* is equivalent aan het natuurlijker klinkende *geen B zijn ... A*. Buridanus vermeldt beide formuleringen (en nog andere) in de hoekpunten van zijn achthoek; dit punt zal verder uitgewerkt worden in Sectie 5.

modale achthoek. Ter illustratie: als we de $\lozenge$-modaliteit invullen in de $\forall\neg$-propositie, dan bekomen we $\forall\neg[\lozenge]$ (symbolisch: $\forall x(\lozenge Bx \to \neg\lozenge Ax)$), wat E-equivalent is aan de propositie die bekomen wordt door de $\Box\neg$-modaliteit in te vullen in de $\forall$-propositie, nl. $\forall[\Box\neg]$ (symbolisch: $\exists x\lozenge Bx \wedge \forall x(\lozenge Bx \to \Box\neg Ax)$); beide proposities komen overeen met de propositie $\forall\Box\neg$ in Buridanus' modale achthoek. Hieronder volgt een overzicht van alle paarsgewijze equivalenties onder de 16 proposities:

- $\forall[\Box]$ en $\forall\neg[\lozenge\neg]$ zijn E-equivalent aan elkaar, en komen overeen met $\forall\Box$,
- $\forall[\Box\neg]$ en $\forall\neg[\lozenge]$ zijn E-equivalent aan elkaar, en komen overeen met $\forall\Box\neg$,
- $\forall[\lozenge]$ en $\forall\neg[\Box\neg]$ zijn E-equivalent aan elkaar, en komen overeen met $\forall\lozenge$,
- $\forall[\lozenge\neg]$ en $\forall\neg[\Box]$ zijn E-equivalent aan elkaar, en komen overeen met $\forall\lozenge\neg$,
- $\exists[\Box]$ en $\exists\neg[\lozenge\neg]$ zijn E-equivalent aan elkaar, en komen overeen met $\exists\Box$,
- $\exists[\Box\neg]$ en $\exists\neg[\lozenge]$ zijn E-equivalent aan elkaar, en komen overeen met $\exists\Box\neg$,
- $\exists[\lozenge]$ en $\exists\neg[\Box\neg]$ zijn E-equivalent aan elkaar, en komen overeen met $\exists\lozenge$,
- $\exists[\lozenge\neg]$ en $\exists\neg[\Box]$ zijn E-equivalent aan elkaar, en komen overeen met $\exists\lozenge\neg$.

Op deze manier komen we tot de conclusie dat Buridanus' modale achthoek gezien kan worden als het resultaat van de interactie tussen twee 'onafhankelijke' vierkanten, nl. het kwantorenvierkant in Figuur 2(a) en het modaliteitenvierkant in Figuur 2(b). Hierbij dient opgemerkt dat deze argumentatie van een abstracter niveau is dan de analyse in de vorige sectie, omdat we hier de interagerende kwantoren en modaliteiten uit elkaar hebben gehaald, en dus niet alleen maar deeldiagrammen van de achthoek hebben bestudeerd. Met andere woorden: de zes vierkanten (V1 – V6) die in de vorige sectie bestudeerd werden, bestaan uit proposities die zowel een kwantor als een modaliteit bevatten; de twee vierkanten in Figuur 2, daarentegen, zijn 'homogeen': het ene bestaat uit proposities die uitsluitend een kwantor bevatten, en het andere bestaat uit proposities die uitsluitend een modaliteit bevatten.

Tot slot dient er gewezen te worden op de brede toepasbaarheid van de beschreven analyse. We hebben zonet de interactie tussen een kwantoren- en een modaliteitenvierkant beschreven, maar dit kan op verschillende manieren veralgemeend worden. Zo zouden we kunnen werken met andere operatoren dan kwantoren en modaliteiten: onze analyse is van toepassing op alle proposities waarin systematisch één type van operatoren voorkomt binnen het bereik van een ander type van operatoren. We zouden bvb. het modaliteitenvierkant kunnen vervangen door een temporeel vierkant (met de temporele operatoren *altijd*, *altijd niet*, *soms* en *soms niet*), en vervolgens de interactie tussen het kwantorenvierkant en het temporele vierkant bestuderen (waaruit proposities zullen voorkomen zoals *alle B zijn soms A*, etc.).

Verder kunnen we ook één (of beide) van de vierkanten vervangen door meer complexe Aristotelische diagrammen. Een natuurlijke uitbreiding van een gegeven Aristotelisch diagram is zijn *Boolse sluiting*, i.e. het diagram dat alle contingente Boolse combinaties van proposities uit het oorspronkelijke diagram bevat. Het is welbekend dat de Boolse sluiting van het modaliteitenvierkant een modaliteitenzeshoek is, die naast de vier 'eenvoudige' modaliteiten (uit het vierkant) verder ook de Bools-complexe modaliteiten *contingentie* ($\lozenge\wedge\lozenge\neg$) en *niet-contingentie* ($\Box\vee\Box\neg$) bevat. Naast de interactie tussen een kwantorenvierkant en een modaliteitenvierkant, kunnen we dus eveneens de interactie tussen een kwantorenvierkant en een modaliteitenzeshoek bestuderen. Laatstgenoemde zal niet tot $(4 \times 4) / 2 = 8$, maar tot $(4 \times 6) / 2 = 12$ proposities leiden (tot op E-equivalentie), waaronder bvb. de propositie *alle B zijn contingent A*—symbolisch: $\exists x\lozenge Bx \wedge \forall x(\lozenge Bx$

$\rightarrow (\Diamond Ax \wedge \Diamond\neg Ax)$). De resultaten van dergelijke formele analyses zijn ook relevant vanuit historisch oogpunt. Zo is er bvb. recent aangetoond dat hoewel Buridanus geen diagram lijkt te hebben gegeven voor deze 12 proposities, hij wel degelijk de Aristotelische relaties ertussen bestudeerd heeft.[34]

5. HISTORISCHE PLAUSIBILITEIT VAN DE FORMELE ANALYSES

In de vorige twee secties hebben we de complexe interne structuur van Buridanus' modale achthoek verhelderd aan de hand van een aantal elementaire formele methoden. Deze methoden kunnen bovendien op vruchtbare wijze gecombineerd worden met andere, meer geavanceerde technieken (bvb. bitstringsemantiek) om de modale achthoek verder te analyseren. In deze sectie zullen we deze meer technische onderzoekslijn echter links laten liggen, en dieper ingaan op de meer fundamentele vraag in hoeverre deze analyses reeds terug te vinden zijn in Buridanus' oorspronkelijke logische en filosofische theorieën. Hierbij dient onmiddellijk opgemerkt dat, voor zover wij weten, Buridanus het nergens expliciet heeft over "vierkant-deeldiagrammen die ingebed zijn in de achthoek" of over "de interactie tussen een kwantoren- en een modaliteitenvierkant". Het tekstuele bewijsmateriaal dat aangedragen zal worden, is dus noodgedwongen indirect, maar desalniettemin zullen we argumenteren dat verschillende centrale elementen uit onze formele analyses erg nauwe parallellen hebben in Buridanus' eigen werk.

We beginnen bij de analyse uit Sectie 3, die stelde dat er precies 5 klassieke vierkanten en 1 gedegenereerd vierkant als deeldiagrammen in de modale achthoek ingebed zitten. Buridanus gaf zelf echter al een expliciete lijst van alle Aristotelische relaties in de achthoek: 10 subalternaties, 5 contrariëteiten, 5 subcontrariëteiten, 4 contradicties en 4 onafhankelijkheden. Hij geeft deze opsomming twee maal (een eerste keer in de tekst die hij zal becommentariëren, en een tweede keer in zijn eigenlijke commentaar),[35] en telkens in dezelfde volgorde. Aangezien een klassiek vierkant 2 subalternaties, 1 contrariëteit en 1 subcontrariëteit bevat, volgt er onmiddellijk dat 5 klassieke vierkanten in totaal $5 \times 2 = 10$ subalternaties, $5 \times 1 = 5$ contrariëteiten en $5 \times 1 = 5$ subcontrariëteiten bevatten. De eerste drie delen van Buridanus' opsomming suggereren dus sterk dat de achthoek precies 5 klassieke vierkanten bevat als deeldiagrammen. Verder bevat een gedegenereerd vierkant 4 onafhankelijkheden, waardoor het laatste deel van Buridanus' opsomming er meteen op wijst dat er precies 1 gedegenereerd vierkant ingebed zit in de achthoek.

Het enige aspect van Buridanus' opsomming dat niet helemaal lijkt te kloppen, betreft het aantal contradicties. Aangezien een vierkant (of het nu klassiek of gedegenereerd is) 2 contradicties bevat, en er 6 vierkanten ingebed zitten in de achthoek, zou men kunnen verwachten dat er in totaal $6 \times 2 = 12$ contradicties in de achthoek zouden moeten zitten, terwijl het (correcte) aantal dat door Buridanus genoemd wordt slechts 4 bedraagt. De verklaring voor deze discrepantie is dat—in tegenstelling tot de andere relaties—de contradicties in meer dan één vierkant tegelijkertijd voorkomen.[36] Dit kenmerk speelt bovendien een centrale rol in de

[34] Zie S. READ, 'John Buridan on Non-Contingency Syllogisms', in: A. KOSLOW and A. BUCHSBAUM (Eds.), *The Road to Universal Logic*, volume 1, Basel, Springer, 2015, pp. 447-456, en verder ook H. SMESSAERT and L. DEMEY, 'Aristotelian Diagrams for Multi-Operator Formulas in Avicenna and Buridan', lezing op het 15th Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science (CLMPS), Helsinki, 3-8 augustus 2015.

[35] *Sum. Prop.*, 1.8.6, 92.14-93.13 en 94.19-95.4 (zie ook voetnoot 27).

[36] Elke contradictie komt namelijk in precies 3 vierkanten voor.

formele methode uit Sectie 3, aangezien deze methode fundamenteel gebaseerd is op het selecteren van verschillende paren van *contradictorische* proposities (PCDs).

Verder dient er ook opgemerkt dat minstens één van de zes vierkant-deeldiagrammen van de modale achthoek (nl. het vierkant dat in Sectie 3 als 'V5' aangeduid werd) ook voorkomt in het *Compendium*.[37] (Het *Compendium* is een latere versie van Buridanus' *Summulae*—geschreven in de jaren 1390, dus zo'n 50 jaar na Buridanus—die dezelfde passages van Petrus Hispanus bevat, maar waarin Buridanus' commentaren vervangen zijn door nieuwe commentaren van de hand van Johannes Dorpius.) Hoewel dit vierkant weergegeven wordt als een afzonderlijk diagram, bevat elk van zijn hoekpunten 9 logisch equivalente proposities, net zoals de modale achthoek,[38] wat er sterk op lijkt te wijzen dat dit vierkant inderdaad gezien werd als 'afkomstig van' (oftewel: 'inbedbaar in') de modale achthoek.[39]

We stappen nu over op de analyse uit Sectie 4, waarin de modale achthoek gezien werd vanuit de interactie tussen een kwantorenvierkant en een modaliteitenvierkant. Buridanus heeft deze twee vierkanten allebei visueel weergegeven en uitvoerig besproken (onafhankelijk van elkaar);[40] voor onze argumentatie volstaat het dus om aan te tonen dat hij ook de logische/filosofische middelen ter beschikking had om de *interactie* tussen deze twee vierkanten te begrijpen. In Sectie 4 hebben we deze interactie beschreven in termen van een 'open ruimte' in de gekwantificeerde proposities, die vervolgens opgevuld kon worden door eender welke modaliteit. Zo kunnen we op basis van de 'open' propositie *alle B zijn … A* verschillende concrete proposities genereren, waaronder *alle B zijn noodzakelijk A* en *alle B zijn mogelijk A*. Dit proces kan equivalent als volgt beschreven worden: we beginnen met de reeds 'ingevulde' propositie *alle B zijn noodzakelijk A*, en door de ene modaliteit door een andere te vervangen, bekomen we de propositie *alle B zijn mogelijk A*.

Buridanus had zelf reeds een goed begrip van wat het betekent om termen binnen een propositie te vervangen door andere termen. Hij gebruikt deze notie in zijn definitie van formele geldigheid van argumenten: "die [argumenten] zijn geldig omwille van hun vorm, die geen tegenvoorbeeld hebben als hun termen vervangen worden met behoud van de vorm en volgorde van de premissen en de conclusie".[41] In zijn definitie van formele geldigheid beschouwt Buridanus enkel vervangingen van *categorematische* termen (subject en predicaat). Het is echter plausibel dat hij in andere contexten ook perfect in staat en bereid zou zijn geweest om ook vervangingen van *syncategorematische* termen in beschouwing te nemen, zoals kwantoren en modaliteiten. In verband met de kwantoren schrijft hij bijvoorbeeld: "in geval van conversio per accidens moet het universele teken veranderd worden in een particulier

[37] Zie *Compendium*, *Tractatus Secundus* (sign. d4r).

[38] Hier werd reeds op gewezen in voetnoot 13; dit punt zal bovendien nog uitgebreider aan bod komen later in deze sectie.

[39] Het vierkant V5 komt bovendien ook voor (als afzonderlijk diagram) in Ockhams commentaar op Aristoteles' *Peri Hermeneias*. Ockhams commentaar bevat verder ook het gedegenereerde vierkant V6, dat expliciet als *figura incompleta* benoemd wordt. Tot slot lijkt deze commentaar ook een versie van het vierkant V2 te bevatten, maar op dit punt zijn er een aantal tekstuele interpretatiemoeilijkheden. Zie G. DE OCKHAM, *Opera Philosophica, Volume II*: *Expositionis in Libros Artis Logicae Prooemium et Expositio in Librum Porphyrii de Praedicabilibus*, St. Bonaventure, NY, St. Bonaventure University, 1978 (pp. 489-491).

[40] Zie *Sum. Prop.*, 1.4.2, 43.13-46.18 voor het kwantorenvierkant, en *Sum. Prop.*, 1.8.7, 98.12-101.2 voor het modaliteitenvierkant.

[41] "illos tenere gratia formae qui in nullis terminis habent instantiam retenta consimili forma et ordinatione praemissarum et conclusionis."; *Johannes Buridanus: Summulae de Syllogismis*, J. SPRUYT (Ed.) (Artistarium 10-5), Turnhout, Brepols, 2010, 5.3.2, 34.19-21; onze vertaling.

teken, zoals in: ‘alle mensen zijn dier, dus sommige dieren zijn mensen’”.[42] In verband met de modaliteiten kan er gewezen worden op Buridanus’ expliciet syntactische karakterisering van de modale proposities: “proposities worden niet gezegd over noodzakelijkheid of mogelijkheid te gaan omdat zij zelf mogelijk of noodzakelijk zijn, maar omdat de modaliteiten ‘mogelijk’ of ‘noodzakelijk’ erin voorkomen”.[43]

Ons laatste argument is gebaseerd op het *aantal* equivalente proposities dat Buridanus opneemt in de hoekpunten van zijn Aristotelische diagrammen. We hebben reeds aangegeven dat Buridanus expliciet een kwantorenvierkant visueel weergeeft en bespreekt. Onze versie van dit vierkant in Figuur 2(a) bevat slechts *één* propositie in elk van zijn hoekpunten; het kwantorenvierkant dat Buridanus geeft in de *Summulae* bevat daarentegen *zes* proposities in elk van zijn hoekpunten. In het ∀-hoekpunt van zijn kwantorenvierkant vinden we bijvoorbeeld de volgende zes proposities:[44]

• “elke mens loopt”	(*omnis homo currit*)
• “geen mens loopt niet”	(*nullus homo non currit*)
• “niet sommige mensen lopen niet”	(*non quidam homo non currit*)
• “elk van deze twee loopt”	(*uterque istorum currit*)
• “het geheel [van] mens is een dier”	(*totus homo est animal*)
• “eender welke mens is een dier”	(*quilibet homo est animal*)

Vanuit een strikt logisch perspectief zijn enkel de eerste drie formuleringen van belang: de eerste is de standaardformulering van de ∀-propositie, en de tweede en derde drukken respectievelijk uit dat de ∀-propositie de interne negatie is van de ∀¬-propositie en de duale van de ∃-propositie (nl. $\forall = \neg\exists\neg$). De resterende drie formuleringen zijn enkel relevant vanuit een meer taalkundig perspectief: de vierde bevat een aanwijzend voornaamwoord en kwantificeert over een domein dat slechts twee elementen telt, de vijfde bevat het ontelbare substantief *mens(heid)*, en de zesde is de ‘vrije keuze’-variant (*free choice*) van de eerste. Volledig analoge opmerkingen gelden voor de andere hoekpunten, en dus kunnen we besluiten dat Buridanus’ kwantorenvierkant essentieel 3 logisch equivalente proposities in elk van zijn hoekpunten bevat. Dezelfde argumentatie is ook van toepassing op het modaliteitenvierkant, en het zou dan ook niet mogen verbazen dat we in het *Compendium* zowel een kwantorenvierkant als een modaliteitenvierkant aantreffen dat 3 logisch equivalente proposities per hoekpunt bevat.[45]

---

[42] “in conversione per accidens oportet mutari signum universale in signum particulare, ut ‘omnis homo est animal, ergo quoddam animal est homo’.”; *Sum. Prop.*, 1.6.5, 68.8-10; onze vertaling.

[43] “propositiones non dicuntur ‘de necessario’ aut ‘de possibili’ ex eo quod sunt possibiles aut necessariae, immo ex eo quod in eis ponuntur isti modi ‘possibile’ aut ‘necessarium’”; *Tractatus de consequentiis* (Ed. H. HUBIEN), 2.1.3; onze vertaling. Een volledige Engelse vertaling van dit tractaat is beschikbaar in S. READ, *John Buridan – Treatise on Consequences*, New York, NY, Fordham University Press, 2015.

[44] Zie S. READ, ‘John Buridan’s Theory of Consequence and his Octagons of Opposition’, in: J.-Y. BÉZIAU and D. JACQUETTE (Eds.), *Around and Beyond the Square of Opposition*, Basel, Springer, 2012, pp. 93-110 (p. 94 en p. 99).

[45] Zie *Compendium*, *Tractatus Primus* (sign. b5v) voor het kwantorenvierkant, en *Compendium*, *Tractatus Secundus* (sign. d4r) voor het modaliteitenvierkant. Dorpius’ versie van het kwantorenvierkant bevat jammer genoeg een erg verwarrende fout, betreffende de aan-/afwezigheid van interne negatie in de drie proposities in het ∃¬-hoekpunt van het vierkant. Dit hoekpunt bevat namelijk de volgende proposities: (i) *quidam homo currit*, (ii) *non omnis homo non currit*, (iii) *non nullus homo currit*; deze moeten gecorrigeerd worden als volgt: (i’) *quidam homo non currit*, (ii’) *non*

Dit alles betekent dat wanneer we bvb. de □-modaliteit willen invullen in de open ruimte van de ∀-propositie, we eigenlijk elk van de 3 equivalente formuleringen van de □-modaliteit (*noodzakelijk*/*onmogelijk niet*/*niet mogelijk niet*) moeten invullen in de open ruimte van elk van de 3 equivalente formuleringen van de ∀-propositie (*alle*/*geen niet*/*niet sommige niet*). De resulterende ∀[□]-propositie zal dus $3 \times 3 = 9$ logisch equivalente formuleringen hebben. Dit alles geldt natuurlijk ook voor alle andere combinaties van kwantoren en modaliteiten.

De finale stap in onze argumentatie is de observatie dat Buridanus' modale achthoek effectief precies 9 equivalente proposities per hoekpunt blijkt te bevatten.[46] Hij schenkt hier geen bijzondere aandacht aan in het geval van de modale achthoek, maar hij beschrijft één van zijn andere achthoeken expliciet als "een grote figuur met acht hoekpunten, en in elk hoekpunt staan er *negen* proposities, *net zoals in de modale figuur*".[47] Het feit dat Buridanus' modale achthoek 9 equivalente proposities per hoekpunt bevat—wat precies het aantal is dat verwacht kan worden op basis van het feit dat zijn kwantorenvierkant en modaliteitenvierkant allebei 3 equivalente proposities per hoekpunt bevatten—is opnieuw een krachtige indicatie dat Buridanus zich bewust moet zijn geweest van de nauwe connectie tussen de modale achthoek enerzijds en die twee vierkanten anderzijds.

6. Afsluitende overwegingen

In dit artikel hebben we Buridanus' modale achthoek voorgesteld, en geanalyseerd (i) in termen van zijn vierkant-deeldiagrammen en (ii) in termen van de interactie tussen een kwantorenvierkant en een modaliteitenvierkant. Hoewel deze analyses gebaseerd zijn op hedendaagse inzichten over Aristotelische diagrammen, hebben we geargumenteerd dat verschillende aspecten ervan duidelijke parallellen hebben in Buridanus' eigen logische theorieën. Deze benadering heeft natuurlijk haar beperkingen, aangezien niet verwacht kan worden dat Buridanus precies dezelfde logische technieken en interesses had als hedendaagse logici (combinatoriek, deeldiagrammen, bitstrings, etc.). Maar desalniettemin hebben we in dit artikel aangetoond dat er een fundamentele continuïteit bestaat tussen het middeleeuwse en het hedendaagse onderzoek naar Aristotelische diagrammen.[48]

omnis homo currit, (iii') *non nullus homo non currit*.

[46] Zie ook voetnoten 13 en 38. Een hedendaagse versie van de modale achthoek waarin alle 9 equivalente proposities in elk hoekpunt expliciet weergegeven worden, kan gevonden worden in H. Lagerlund, *Modal Syllogistics in the Middle Ages*, Leiden, Brill, 2000 (p. 246).

[47] "magna figura octo conorum et in quolibet cono *novem* propositiones, *omnino sicut in figura modalium*"; *Sum. Prop.*, 1.5.1, 51.13-15; onze vertaling, onze cursivering.

[48] Een eerdere versie van dit artikel werd (in het Engels) gepresenteerd op het eerste CLAW/DWMC symposium (22 mei 2015, Leuven). Wij bedanken Jan Heylen, Stephen Read, Hans Smessaert, Margaux Smets en twee anonieme referenten voor hun nuttige opmerkingen bij dit artikel.